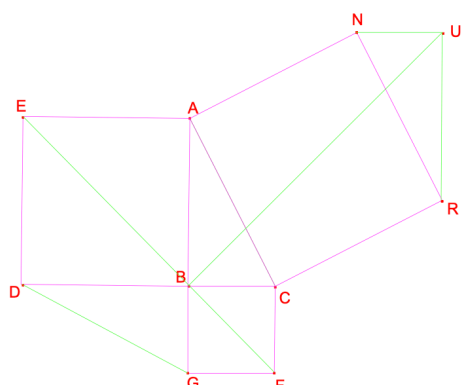


Une démonstration du théorème de Pythagore par Léonard de Vinci



a) Si $\hat{a}$ est la mesure de l'angle BAC, b celle de ACB et si le triangle ABC est rectangle en B, compléter les égalités suivantes :

$BAN = \hat{a} + 90^\circ$	$ANU = b + 90^\circ$
$BCR = b + 90^\circ$	$CRU = \hat{a} + 90^\circ$
$EAC = \hat{a} + 90^\circ$	$ACF = b + 90^\circ$
$EDG = \hat{a} + 90^\circ$	$DGF = b + 90^\circ$

b) Considérons les quadrilatères ANUB et CRUB.

Les triangles ABC et NUR étant superposables, $BC = NU$ et $AB = UR$.

De plus ANRC étant un carré, $AN = CR$. Enfin, d'après a), $BAN = \hat{a} + 90^\circ = CRU$ et $ANU = b + 90^\circ = BCR$.

Or si trois côtés consécutifs ont les mêmes longueurs respectives et si les deux angles formés par ces trois côtés consécutifs sont de mêmes mesures respectives alors les quadrilatères sont superposables.

Donc les quadrilatères ANUB et CRUB sont superposables.

De même on peut montrer que :

- $AE = AB$, $AC = AN$, $CF = NU$, $EAC = BAN$ et $ACF = ANU$ et donc que ANUB et EACF sont superposables.
- $DE = AB$, $DG = AN$ (puisque $AC = DG$), $GF = NU$, $EDG = BAN$ et $DGF = ANU$ et donc que ANUB et BCFG sont superposables.

En conclusion, les quadrilatères ANUB, CRUB, EACF et BCFG sont superposables.

c) Les quadrilatères superposables ANUB et CRUB forment un hexagone constitué du carré ANRC et des triangles ABC et NUR superposables. Donc : $A_{ANUB} + A_{CRUB} = A_{ANCR} + A_{ABC} + A_{NUR}$

Ou encore : $2A_{ANUB} = A_{ANCR} + 2A_{ABC}$ (1)

De même, les quadrilatères EACF et BCFG, superposables à ANUB, forment un hexagone constitué des carrés ABDE et BCFG et des triangles ABC et DBG superposables. Donc : $A_{EACF} + A_{BCFG} = A_{ABDE} + A_{BCFG} + A_{ABC} + A_{DBG}$

Ou encore : $2A_{ANUB} = A_{ABDE} + A_{BCFG} + 2A_{ABC}$ (2)

Les égalités (1) et (2) donnent : $A_{ANCR} + 2A_{ABC} = A_{ABDE} + A_{BCFG} + 2A_{ABC}$

Soit : $A_{ANCR} = A_{ABDE} + A_{BCFG}$

Ainsi l'aire du carré ANRC est égale à l'aire de la somme des aires des carrés ABDE et BCFG.

Remarque : pour terminer la démonstration, il suffit de remarquer que :

$$A_{ANCR} = c^2 = AC^2$$

$$A_{ABDE} = c^2 = AB^2$$

$$A_{BCFG} = c^2 = BC^2$$

Ainsi, dans le triangle ABC rectangle en B, $AC^2 = AB^2 + BC^2$